

## Моделювання тіньової маски світлопрорізу методом перетворення простору

*Ольга Андропова*

Київський національний університет будівництва і архітектури  
31, просп. Повітрофлотський, Київ, Україна, 03037  
profie21@gmail.com, orcid.org/0000-0002-4500-6225

**DOI: 10.32347/2310-0516.2019.13.22-31**

**Анотація.** У складних містобудівних ситуаціях, коли новий будинок потрібно вписати у існуючу забудову міста не спричинивши погіршення інсоляційного стану існуючих будинків і виникає потреба у розрахунках, які дають реальну картину по обмеженням для подальшого проектування. При проектуванні у максимально обмежених умовах, є необхідність у збільшенні корисної площі нового будинку. Інсоляційні норми диктують правила які мають вплив на проектні роботи у межах міста. Тому актуальними є методи, що дають можливість покращити проектні умови.

В задачах інсоляції існують різні методи побудови тіньової маски світлопрорізу. Основним є метод розрахункової точки. У випадку, коли розрахункова тривалість інсоляції визначена методом розрахункової точки не відповідає нормативним вимогам інсоляції, потрібно зробити розрахунки з використанням перетворення простору завдяки яким, визначається повна тривалість інсоляції. В цьому випадку розраховується максимальний час інсоляції в приміщенні.

Після аналізу існуючої ситуації на ділянці, зрозуміло, чи потрібно робити уточнюючий розрахунок тривалості інсоляції методом перетворення простору. Якщо в цьому виникає потреба, то цей метод розраховує максимальний час інсоляції в приміщенні. Геометричні побудови при визначенні тіньових масок від світлопрорізів вирішенні. Постає задача по автоматизації цих розрахунків. Для цього запропоновано аналітичний алгоритм перетворення простору для різних форм світлопрорізів. В роботі розглянутий метод перетворення простору на прикладі аналітичного роз



**Ольга Андропова**  
асистент кафедри архітектурних  
конструкцій

рахунку побудови тіньових масок світлопрорізів різної конфігурації. Грані світлопрорізів та скління мають комбінації із прямих та кривих 2-го порядку вищих порядків. На основі існуючої геометричної моделі перетворення простору при розрахунку повної тривалості інсоляції приміщень потрібно автоматизувати побудову тіньової маски світлопрорізу для визначення розрахунково тривалості інсоляції. Подальші дослідження можливі для комп'ютерної візуалізації тіньових масок світлопрорізів для визначення обмежуючого проектного простору для нових будинків.

**Ключові слова.** Метод перетворення простору; гранична поверхня інсоляції; огинаючи поверхні; інсоляція.

### ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМИ

При моделюванні інсоляційних процесів вирішуються задачі з дотримання нормативної інсоляції приміщень. Розрахунок тривалості інсоляції відбувається поетапно. На початку виконують побудову тіньові маски світлопрорізів та затінюючих будівель. Потім виконують розрахунок тривалості інсоляції використовуючи сонячну карту. Основний метод для побудови тіньових масок - метод розрахункової точки. У випадку

коли розрахунковий час інсоляції не достатній потрібно зробити уточнюючий розрахунок методом граничної поверхні. Розрахунок точку замінюють граничною поверхнею. За граничну поверхню приймається внутрішня поверхня світлопрорізу. При подальших побудовах тіньової маски методом перетворення простору будується тіньова маска для визначення повної тривалості інсоляції у приміщенні. Розрахункова тривалість інсоляції за цим методом збільшується.

Побудова тіньової маски від світлопрорізу виконується завдяки геометричним розрахункам. Аналітичне описання цього методу необхідне для подальшого його використання у комп'ютерних програмах. Ці програми вирішують питання автоматизації процесів розрахунків при проектуванні.

Методи моделювання виконуються за допомогою моделі небесної сфери, на яку будуються проекції руху сонця, тіньові маски світлопрорізів та затінюючих будівель. Всі побудови проєкують на горизонтальну площину небесної сфери з центром проєкції у надирі. Побудовані тіньові маски накладаються на сонячну карту для розрахунку тривалості інсоляції та затінення.

Архітектурні рішення у проектуванні не обмежуються простими формами. Розвиток нових технологій у будівництві дозволяє проектувати багатопараметричні форми нових будівель. Вирішення задач інсоляції за рахунок геометричних методів ускладняється. Необхідно виконувати розрахунки з максимально можливим використанням автоматизованих процесів параметричного моделювання на основі математичних моделей.

## АНАЛІЗ ПОПЕРЕДНІХ ДОСЛІДЖЕНЬ

Автоматизовані методи розрахунку при вирішенні інсоляційних задач в архітектурі були запропоновані професором Підгорним О.Л. та розвинуті його учнями у вигляді геометричних та математичних моделей [1-3]. Метод моделювання перетворення простору при розрахунках повної тривалості інсоляції приміщень був запропонований професором Сергейчуком О.В. [4]. На ос-

нові цього методу виведена математична модель побудови тіньової маски граничної поверхні прямокутного світлопрорізу [5].

У ряді робіт досліджено поверхні, такі як конічні, циліндричні поверхні, поверхні обертання, трубчаті та каналові поверхні, косі лінійчаті поверхні [6-8], розглянуто торсові поверхні, як циліндричні так і конічні [9,10]. Розглянуто нові напрямки використання геометричних та аналітичних розрахунків в архітектурі [11,12], наведено великий перелік аналітичних поверхонь які можна використовувати в архітектурі, наведено рівняння та приклади побудов [13-17].

## ОСНОВНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ

На основі сонячних карт для розрахунку повної тривалості інсоляції в своїх роботах Сергейчук О.В. запропонував [18,19] модель перетворення простору. За рахунок цього перетворення гранична поверхня зводиться в точку. Вектори променів, які проходять через граничну поверхню, зберігають свої вектори та при зведенні в точку ГПІ дають розширену проєкцію на небесну сферу. ГПІ може мати різноманітні форми. Для побудови математичної моделі перетворення простору пропонується розгляд певного переліку таких форм.

Для початку розглядаються декілька форм зовнішнього контуру світлопрорізу  $s$  та граничної поверхні  $w$  в їх попарних поєднаннях: прямокутник, коло, еліпс, крива вищого порядку та замкнуті плоскі фігури з їх відрізків. На прикладах граней видно як змінюється лінія світлопрорізу під час перетворення простору відносно рухомої системи координат, яка перетворює ГПІ у точку.

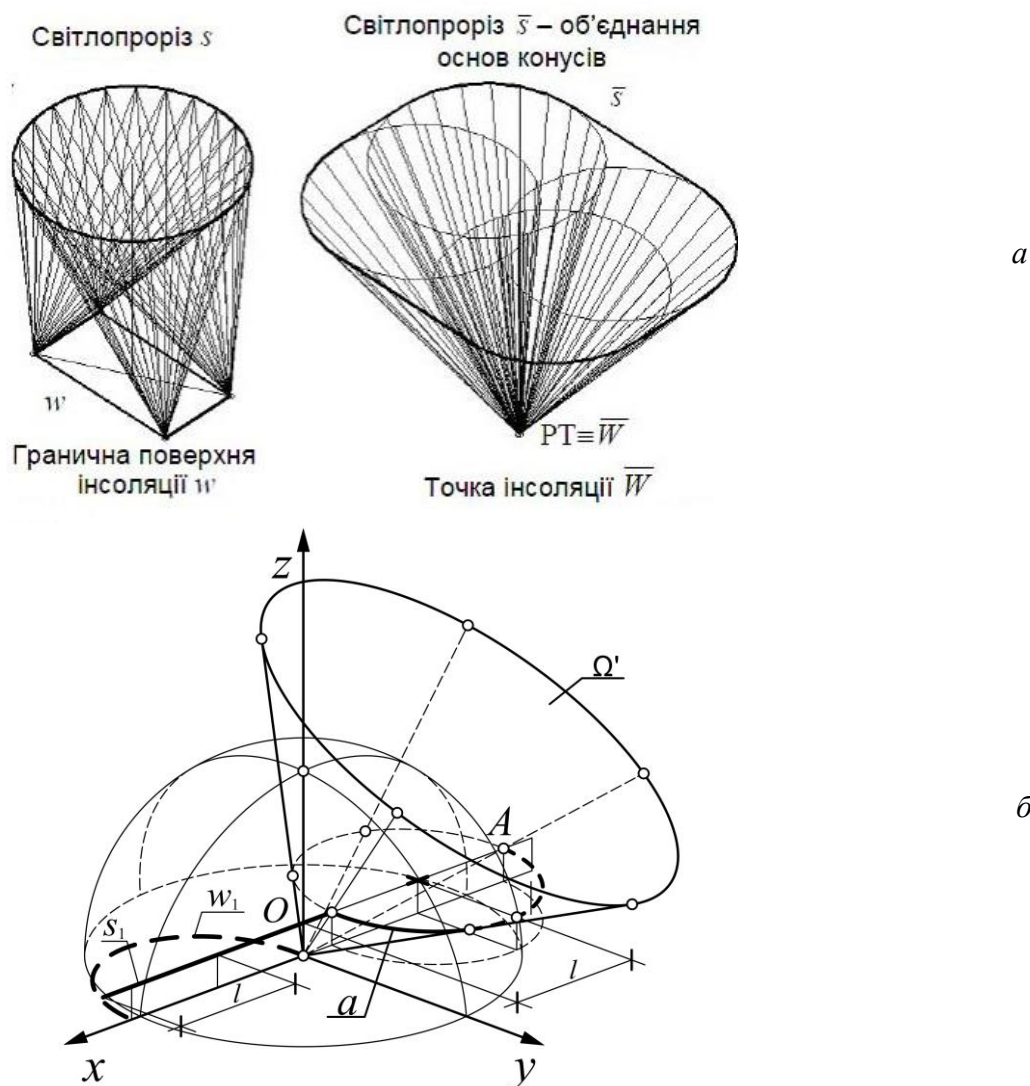
Напишемо загальний математичний алгоритм побудови тіньової маски фігури  $s$  відносно ГПІ  $w$ .

Прийемо початок координат в деякій точці  $O(0,0,0)$  на контурі  $w$ .

Проведемо пряму  $OA$ , де  $A(x_a, y_a, z_a)$  належить контуру  $s$ :

(1)

$$x = x_a t,$$



**Рис.1.** Алгоритм побудови світлопрорізу при перетворенні простору: *a*– модель перетворення простору, *b*– модель перетвореного простору з конусом променів інсоляції.

Умовні позначення (тут і надалі):  $w_1$ - грань скління,  $s_1$  – зовнішній контур,  $a$ - траєкторія точки  $A$  при перетворенні простору,  $\Omega'$  – конус променів в точці  $A$  в перетвореному просторі.

**Fig.1.** Algorithm for constructing a light opening during the transformation of space: *a*– a model of the transformation of space, *b*– model of the transformed space with a cone insolation rays.

Symbols (here and below):  $w_1$  is the face of the glazing,  $s_1$  is the external contour,  $a$ - is the trajectory of point  $A$  in the transformed space,  $\Omega'$  is the cone of rays that passes through trajectory of point  $A$  in the transformed space.

Щоб отримати проеціюючу лінійчату поверхню з центром в початку координат, необхідно замінити координати точки  $A$  на рівняння лінії, яка створюється в результаті перетворення простору. Її форма залежить від форми контуру  $w$ , по якій переміщується рухома система координат. Таким чином, лінія грані  $w$  перетворюється на точку.

Відповідно, кожна точка контуру  $s_1$  відносно рухомої системи координат перетворюється на лінію, симетричну контуру  $w_1$ ,

яка лежить в площині, паралельній площині грані  $w$ . Так, точка  $A$  описує пряму, коло, еліпс або іншу криву, які відповідають формі грані  $w_1$ . Замінюючи в (1) координати  $A(x_a, y_a, z_a)$  на параметричне рівняння лінії, яку описує точка  $A$  (2):

$$x_a = x(u), \tag{2}$$

отримаємо поверхню  $z(u)$ , де  $z(u)$  якої з небесною сферою дає на ній проєкцію руху точки  $A$  (3).

$$\begin{aligned} x &= x(u, t), \quad y = y(u, t), \\ z &= z(u, t) \end{aligned} \quad (3)$$

Вирішення системи рівнянь (3) та рівняння сфери:

$$x^2 + y^2 + z^2 = R^2 \quad (4)$$

та знаходячи з системи рівнянь  $t = \varphi(u)$ , отримаємо параметричне рівняння лінії перетину проєціюючої поверхні та небесної сфери:

$$x = x(u) \cdot t, \quad y = y(u) \cdot t, \quad z = z(u) \cdot t \quad (5)$$

Проекція цієї лінії перетину на площину  $xOy$  з центром проєкції в надірі знаходиться за формулами з [20,21]:

$$x' = kx, \quad y' = ky, \quad z' = kz = 0, \quad k = -R/(z - R) \quad (6)$$

Кожна точка грані  $s_1$  дає проєціюючу поверхню та, відповідно, проєкцію через надір. Таким чином, ми отримуємо огинаючу однопараметричної множини ліній проєкції на площині  $xOy$ , яка буде бажаною лінією тіньової маски грані світлопрорізу (рис.1).

Докладніше рівняння для кожного випадку занесені в Табл. 1.

**Табл. 1.** Систематизація форм контурів ГПП  
**Table 1.** Systematization of forms of sides LSI\*

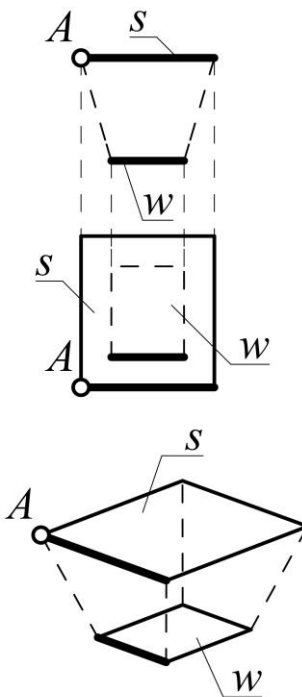
Вид граней		Складові огинаючих поверхонь		
Світлопроріз $s$	Скління $w$	Огинаюча однопараметричної множини	Вид	Математичний алгоритм перетворення простору
Пряма $s$	Пряма $w$	Плоских пучків		$\begin{aligned} x &= x_a t, \quad y = y_a t, \quad z = z_a t \\ x_a &= x_a + lu \quad y_a = y_a + mu \\ z_a &= z_a + nu \\ \begin{cases} x = (x_a + lu)t, y = y_a t, z = z_a t \\ x^2 + y^2 + z^2 = R^2 \end{cases} \\ t &= \pm \frac{R}{\sqrt{(x_a + lu)^2 + y_a^2 + z_a^2}} \\ x &= (x_a + lk) \left( \pm \frac{R}{\sqrt{(x_a + lu)^2 + y_a^2 + z_a^2}} \right) \\ y &= y_a \left( \pm \frac{R}{\sqrt{(x_a + lu)^2 + y_a^2 + z_a^2}} \right) \\ z &= z_a \left( \pm \frac{R}{\sqrt{(x_a + lu)^2 + y_a^2 + z_a^2}} \right) \end{aligned}$

Табл.1. Продовження / Table 1. Continuation

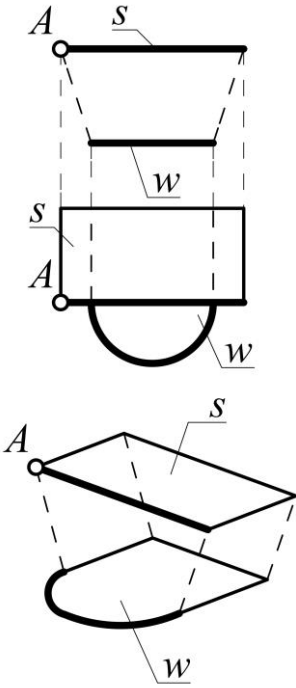
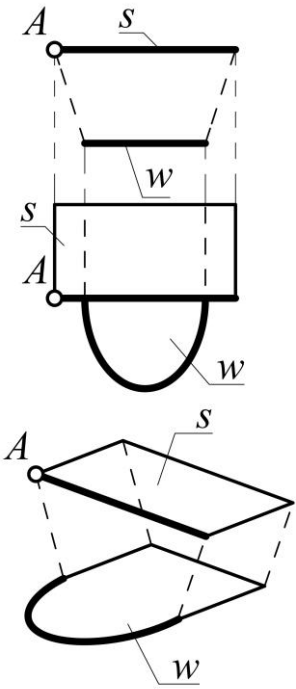
<p>Пряма <math>s</math></p>	<p>Коло <math>w</math></p>	<p>Конусів 2-го порядку</p>		$x = x_a t,$ $x_a = x_l + r \cos u,$ $y_a = y_l + r \sin u, \quad z_a = z_l$ $\begin{cases} x = (x_l + r \cos u)t, y = (y_l + r \sin u)t, z = z_l t \\ x^2 + y^2 + z^2 = R^2 \end{cases}$ $t = \pm \frac{R}{\sqrt{(x_l + r \cos u)^2 + (y_l + r \sin u)^2 + z_l^2}}$ $x = (x_l + r \cos u) \left( \pm \frac{R}{\sqrt{(x_l + r \cos u)^2 + (y_l + r \sin u)^2 + z_l^2}} \right)$ $y = (y_l + r \sin u) \left( \pm \frac{R}{\sqrt{(x_l + r \cos u)^2 + (y_l + r \sin u)^2 + z_l^2}} \right)$ $z = z_l \left( \pm \frac{R}{\sqrt{(x_l + r \cos u)^2 + (y_l + r \sin u)^2 + z_l^2}} \right)$
<p>Пряма <math>s</math></p>	<p>Еліпс <math>w</math></p>	<p>Конусів 2-го порядку</p>		$x = x_a t,$ $x_a = x_l + a \cos u, \quad y_a = y_l + b \sin u,$ $z_a = z_l$ $\begin{cases} x = (x_l + a \cos u)t, y = (y_l + b \sin u)t, z = z_l t \\ x^2 + y^2 + z^2 = R^2 \end{cases}$ $t = \pm \frac{R}{\sqrt{(x_l + a \cos u)^2 + (y_l + b \sin u)^2 + z_l^2}}$ $x = (x_l + a \cos u) \left( \pm \frac{R}{\sqrt{(x_l + a \cos u)^2 + (y_l + b \sin u)^2 + z_l^2}} \right)$ $y = (y_l + b \sin u) \left( \pm \frac{R}{\sqrt{(x_l + a \cos u)^2 + (y_l + b \sin u)^2 + z_l^2}} \right)$ $z = z_l \left( \pm \frac{R}{\sqrt{(x_l + a \cos u)^2 + (y_l + b \sin u)^2 + z_l^2}} \right)$

Табл.1. Продовження / Table 1. Continuation

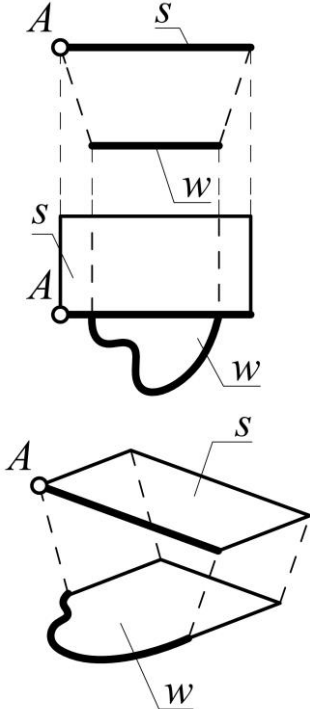
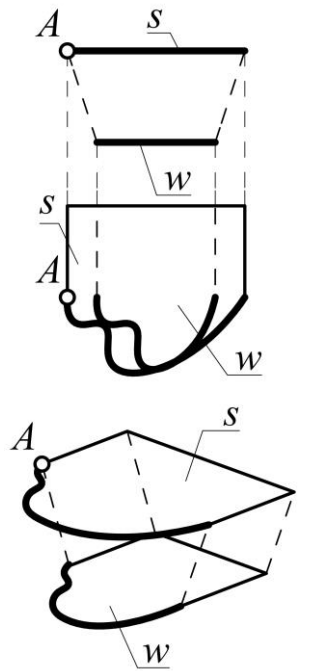
<p>Пряма <math>s</math></p>	<p>Крива вищого порядку <math>w</math></p>	<p>Конусів з напрямною кривою порядку</p>		$x = x_a t,$ $x_a = x(u), \quad y_a = y(u), \quad z_a = z(u)$ $\begin{cases} x = x(u, t), y = y(u, t), z = z(u, t) \\ x^2 + y^2 + z^2 = R^2 \end{cases}$ $t = \pm \frac{R}{\sqrt{x^2(u, t) + y^2(u, t) + z^2(u, t)}}$ $x = x(u) \left( \pm \frac{R}{\sqrt{x^2(u, t) + y^2(u, t) + z^2(u, t)}} \right)$ $y = y(u) \left( \pm \frac{R}{\sqrt{x^2(u, t) + y^2(u, t) + z^2(u, t)}} \right)$ $z = z(u) \left( \pm \frac{R}{\sqrt{x^2(u, t) + y^2(u, t) + z^2(u, t)}} \right)$
<p>Крива <math>s</math></p>	<p>Крива <math>w</math></p>	<p>Конусів з напрямною кривою вищого порядку</p>		$x = x_a t,$ $x_a = x(u), \quad y_a = y(u), \quad z_a = z(u)$ $\begin{cases} x = x(u, t), y = y(u, t), z = z(u, t) \\ x^2 + y^2 + z^2 = R^2 \end{cases}$ $t = \pm \frac{R}{\sqrt{x^2(u, t) + y^2(u, t) + z^2(u, t)}}$ $x = x(u) \left( \pm \frac{R}{\sqrt{x^2(u, t) + y^2(u, t) + z^2(u, t)}} \right)$ $y = y(u) \left( \pm \frac{R}{\sqrt{x^2(u, t) + y^2(u, t) + z^2(u, t)}} \right)$ $z = z(u) \left( \pm \frac{R}{\sqrt{x^2(u, t) + y^2(u, t) + z^2(u, t)}} \right)$

Табл.1. Продовження / Table 1. Continuation

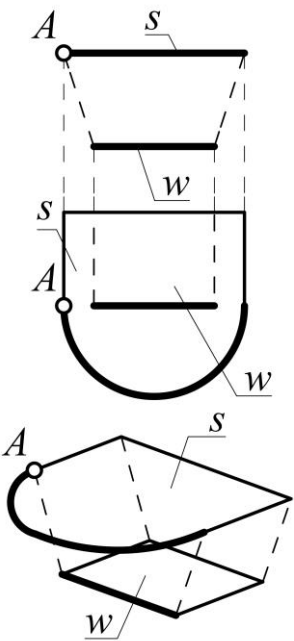
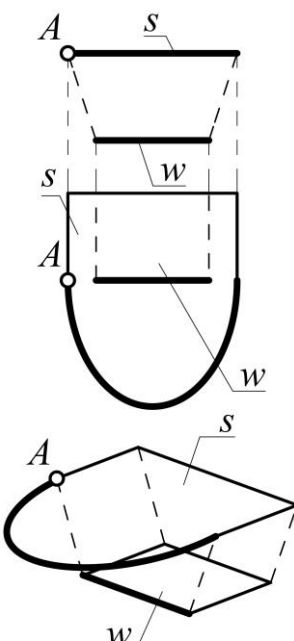
<p>Коло <math>s</math></p>	<p>Пряма <math>w</math></p>	<p>Плоских пучків</p>		$x = x_a t,$ $x_a = x_l + a \cos u, \quad y_a = y_l + b \sin u,$ $z_a = z_l$ $\begin{cases} x = (x_l + a \cos u)t, y = (y_l + b \sin u)t, z = z_l t \\ x^2 + y^2 + z^2 = R^2 \end{cases}$ $t = \pm \frac{R}{\sqrt{(x_l + a \cos u)^2 + (y_l + b \sin u)^2 + z_l^2}}$ $x = (x_l + a \cos u) \left( \pm \frac{R}{\sqrt{(x_l + a \cos u)^2 + (y_l + b \sin u)^2 + z_l^2}} \right)$ $y = (y_l + b \sin u) \left( \pm \frac{R}{\sqrt{(x_l + a \cos u)^2 + (y_l + b \sin u)^2 + z_l^2}} \right)$ $z = z_l \left( \pm \frac{R}{\sqrt{(x_l + a \cos u)^2 + (y_l + b \sin u)^2 + z_l^2}} \right)$
<p>Еліпс <math>s</math></p>	<p>Пряма <math>w</math></p>	<p>Плоских пучків</p>		$x = x_a t,$ $x_a = x_l + a \cos u, \quad y_a = y_l + b \sin u,$ $z_a = z_l$ $\begin{cases} x = (x_l + a \cos u)t, y = (y_l + b \sin u)t, z = z_l t \\ x^2 + y^2 + z^2 = R^2 \end{cases}$ $t = \pm \frac{R}{\sqrt{(x_l + a \cos u)^2 + (y_l + b \sin u)^2 + z_l^2}}$ $x = (x_l + a \cos u) \left( \pm \frac{R}{\sqrt{(x_l + a \cos u)^2 + (y_l + b \sin u)^2 + z_l^2}} \right)$ $y = (y_l + b \sin u) \left( \pm \frac{R}{\sqrt{(x_l + a \cos u)^2 + (y_l + b \sin u)^2 + z_l^2}} \right)$ $z = z_l \left( \pm \frac{R}{\sqrt{(x_l + a \cos u)^2 + (y_l + b \sin u)^2 + z_l^2}} \right)$

Табл.1. Продовження / Table 1. Continuation

Крива вищого порядку $s$	Пряма $w$	Плоских пучків		$x = x_a t,$ $x_a = x_l + a \cos u, \quad y_a = y_l + b \sin u,$ $\begin{cases} x = (x_l + a \cos u)t, y = (y_l + b \sin u)t, z = z_l t \\ x^2 + y^2 + z^2 = R^2 \end{cases}$ $t = \pm \frac{R}{\sqrt{(x_l + a \cos u)^2 + (y_l + b \sin u)^2 + z_l^2}}$ $x = (x_l + a \cos u) \left( \pm \frac{R}{\sqrt{(x_l + a \cos u)^2 + (y_l + b \sin u)^2 + z_l^2}} \right)$ $y = (y_l + b \sin u) \left( \pm \frac{R}{\sqrt{(x_l + a \cos u)^2 + (y_l + b \sin u)^2 + z_l^2}} \right)$ $z = z_l \left( \pm \frac{R}{\sqrt{(x_l + a \cos u)^2 + (y_l + b \sin u)^2 + z_l^2}} \right)$
*Limit surface of insolation				

ВИСНОВКИ І ПЕРСПЕКТИВИ ПОДАЛЬШИХ ДОСЛІДЖЕНЬ

Отримання рівнянь контурів тіньових масок дає можливість вирішити низку задач та відкриває широкі перспективи подальших досліджень. На основі існуючої геометричної моделі перетворення простору при розрахунку повної тривалості інсоляції приміщень розглянуто математичні моделі побудови контурів тіньових масок світлопрорізів різної конфігурації. Запропонований математичний метод, наглядно показує можливості автоматизації побудов тіньових масок різних світлопрорізів.

Дослідження розширеного переліку відбиваючих поверхонь згідно методу, що розглядається, дозволить вирішити конкретні задачі інсоляції.

Зазначені методи аналізу побудови тіньових масок від світлопрорізів можна використовувати для побудови тіньових масок від затінюючих будинків. Подальші дослідження необхідно виконати для автоматизації розрахунку тривалості інсоляції у годинах методом моделювання математичної моделі перетворення простору.

ЛІТЕРАТУРА

1. Подгорный А. (1981). К вопросу автоматизации инсоляционных расчетов. *Прикладная геометрия и инженерная графика. Будівельник*, (31). 12-15.
2. Подгорный А. Сергейчук О. (2002). Методы расчёта необходимой площади светопроёмов. *Витрина*. (15). 11-22.
3. Andropova O. (2014). Plotting the new building project space in the existing development at the designing stage while following the insolation standards. *Construction of optimized energy potential. Czestochowa. Politechnika czestochowska*. 1(13), 15-21.
4. Сергейчук О., (2010). Настанова з розрахунку інсоляції об'єктів цивільного призначення: ДСТУ Н Б В.2.2-27:2010. *Державний стандарт України. Минрегіонбуд України*, 81.
5. Сергейчук О., Насехіпур Мехді (2007). Перетворення світлопрорізів та затінюючих елементів при розрахунку інсоляції за методом граничної поверхні інсоляції. *Прикладна геометрія та інженерна графіка. Праці*



- Таврійської державної агротехнічної академії.* (34). 103-108.
6. **Krivoshapko S.**, (1998). Static analysis of shells with developable middle surfaces. *Applied Mechanics Reviews (USA)*. 12(1).731-746.
  7. **Pottmann H., Wallner J.**, (2001). Computational Line Geometry. *Springer-Verlag, Berlin*. 565.
  8. **Maan H.**, (2004). Design of Plate and Shell Structures. *New York. ASME*. 476.
  9. **Renton J.**, (1997). Characteristic response of hollow cones. *J.Elast.* 49(2). 101-112.
  10. **Jürgen R.-G.**, (2011). Perspectives on Projective Geometry: A Guided Tour through Real and Complex Geometry. *Springer, Berlin*. 571.
  11. **Saunders A., Nulman A.**, (2009). Surface Logic. *The Mathematica Journal*. 11(3). 404-429.
  12. **Krivoshapko S., Ivanov V.**, (2015). Encyclopedia of Analytical Surfaces. Springer International Publishing Switzerland. 752.
  13. **Glaeser G., Gruber F.**, (1997). Developable surfaces in contemporary architecture. *Journal of Mathematics and the Arts*. 1(1). 59-71 .
  14. **Gray A.**, (1997). Modern Differential Geometry of Curves and Surfaces with Mathematica, 2<sup>nd</sup> ed. *Boca Raton, CRC Press LLC*. 531.
  15. **Agnew A., Bobe A., Boskoff W., Suceava B.** . (2010). Tzitzeica Curves and Surfaces. *The Mathematica Journal*. 12. 1-18.
  16. **Barrère R.** (2009). An Analytical Approach to Form Modeling As an Introduction to Computational Morphology. *The Mathematica Journal*. 11(2). 186-225.
  17. **Kivelä S.**, (2009). On the Visualization of Riemann Surfaces. *The Mathematica Journal*. 11(3). 392-403.
  18. **Сергейчук О.**, (2008). Геометричне моделювання фізичних процесів при оптимізації форми енергоефективних будинків. *Дисертація доктора технічних наук*. 425.
  19. **Плоский В., Сергейчук О.**, (2019). Розвиток досліджень в прикладній геометрії стосовно задач архітектурно-будівельної фізики у науковій школі професора О.Л. Підгорного. *Прикладная геометрия и инженерная графика. Будівельник.* (95). 5-22.
  20. **Козак Ю., Андропова О.**, (2018). Аналітична побудова тіньової маски світлопрорізу. Сучасні проблеми моделювання. *Збірник наукових праць.* Мелітополь. (11). 8-12.
  21. **Андропова О.**, (2019). Аналітичне описання методу моделювання перетворення простору при вирішенні інсоляційних задач . *Прикладная геометрия и инженерная графика. Будівельник.* (95). 23-28.

## REFERENCES

1. **Podgorny O.** (1981). К вопросу автоматизации insolyacionnyh raschetov. *Prikladnaya geometriya i inženernaya grafika.* Kiev. 31, 12-15.
2. **Podgorny O., Sergeychuk O.** (2002). Metody rascheta neobhodimoy ploshadi svetoproemov. *Vitrina.* Kiev. 15, 11-22.
3. **Andropova O.** (2014). Plotting the new building project space in the existing development at the designing stage while following the insolation standarts. *Construction of optimized energy potential.* Czestochwa. *Politechnika czestochowska.* 1(13), 15-21.
4. **Sergeychuk O.** (2010). Nastanova z rozrahunku insolyacii obektiv cuvilnogo pryznachennya. *DSTU N B V.2.2-27:2010. Derzhavnyy standart Ukrainy.* Kiev. 81.
5. **Sergeychuk O., Nasehipur Mehdi** (2007). Peretvorennya svitloproriziv ta zatynuuchuh elementiv pry rozrahunku insolyacii za metodom granychno] poverhni insolyacii. *Prikladnaya geometriya i inženernaya grafi-ka. Praci Tavriyskoj derzavno] agrotehnicnoi akademii.* Melitopol. 34, 103-108.
6. **Krivoshapko S.N.** (1998). Static analysis of shells with developable middle surfaces. *Applied Mechanics Reviews (USA)*. 12(1),731-746.
7. **Pottmann H., Wallner J.** (2001). Computational Line Geometry. *Springer-Verlag, Berlin*,565.
8. **Maan H.** (2004). Design of Plate and Shell Structures. *New York. ASME*, 476.
9. **Renton J.** (1997). Characteristic response of hollow cones. *J. Elast.* 49(2),101-112.

10. **Jürgen R.-G. (2011).** Perspectives on Projective Geometry: A Guided Tour through Real and Complex Geometry. *Springer, Berlin*, 571.
11. **Saunders A., Nulman A. (2009).** Surface Logic. *The Mathematica Journal*. 11(3), 404-429.
12. **Krivoshapko S., Ivanov V. (2015).** Encyclopedia of Analytical Surfaces. Springer International Publishing Switzerland, 752.
13. **Glaeser G., Gruber F. (2007).** Developable surfaces in contemporary architecture. *Journal of Mathematics and the Arts*. 1(1). 59-71.
14. **Gray A. (1997).** Modern Differential Geometry of Curves and Surfaces with Mathematica, 2<sup>nd</sup> ed. Boca Raton, CRC Press LLC, 531.
15. **Agnew A., Bobe A., Boskoff W., Suceava B. (2010).** Tzitzeica Curves and Surfaces. *The Mathematica Journal*. 12,1-18.
16. **Barrère R. (2009).** An Analytical Approach to Form Modeling As an Introduction to Computational Morphology. *The Mathematica Journal*. 11(2), 186-225.
17. **Kivelä S. (2009).** On the Visualization of Riemann Surfaces. *The Mathematica Journal*. 11(3), 392-403.
18. **Sergeychuk O. (2008).** Geometrychne modeluvannya fizychnykh procesiv pry optymizacii formy energoefektyvnykh budynkiv. *Dysertaciya doctora tehnicnykh nauk. Kyiv*, 425.
19. **Ploskiy V., Sergeychuk O. (2019).** Rozvytok doslidzhen v prykladniy geometrii stosovno zadach arhitekturno-budivelno] fizyky u naukoviy shkoli profesora O.L. Podgornogo. *Prikladnaya geometriya i inzhenernaya grafi-ka. Kiev*. 95, 5-22.

### **Modeling of a shadow mask of the opening by method of transformation of space**

*Olga Andropova*

**Summary.** In complex urban situations, when a new building needs to be included in the existing city development without causing a negative influence on the insolation status of existing buildings, and it is necessary to calculate a realistic picture of the constraints for further design. When designing in the most limited conditions, there is a need to increase the useful area of the new

building. Insolation standards determine rules that have an impact on urban design. Therefore, the methods that make it possible to improve the design conditions are relevant.

In the problems of insolation, there are different methods of constructing a light shadow mask. The basic method is a calculation point method. In the case when the duration of insolation by the method of the calculation point does not meet the normative requirements of insolation, it is necessary to make calculations of the total duration of insolation. This means that in the room it is possible to increase the estimated time of insolation.

After analyzing the existing situation of insolation of building, it is clear whether it is necessary to make a precise calculation of the duration of insolation by the method of space transformation. If this is necessary, then this method calculates the maximum time of insolation in the room.

Geometric constructions in determining shadow traces from openings are solved. The task of automating these calculations arises. For this purpose, an analytical algorithm for the transformation of space for various forms of light openings is proposed.

In the paper, the method of space transformation is considered on the example of the analytical calculation of the construction of shadow traces of openings of different configurations. The edges of the light openings and the glazing have combinations of straight lines and curves of the 2nd order of higher orders. On the basis of the existing geometrical model of space transformation, when calculating the total insolation time of rooms, it is necessary to automate the construction of a shadow traces to determine the calculated duration of insolation. Further research is possible for computer visualization of shadow masking light openings to determine the limiting design space for new buildings.

**Keywords.** Method of transformation of space; boundary insolation surface; enveloping surfaces; insolation.